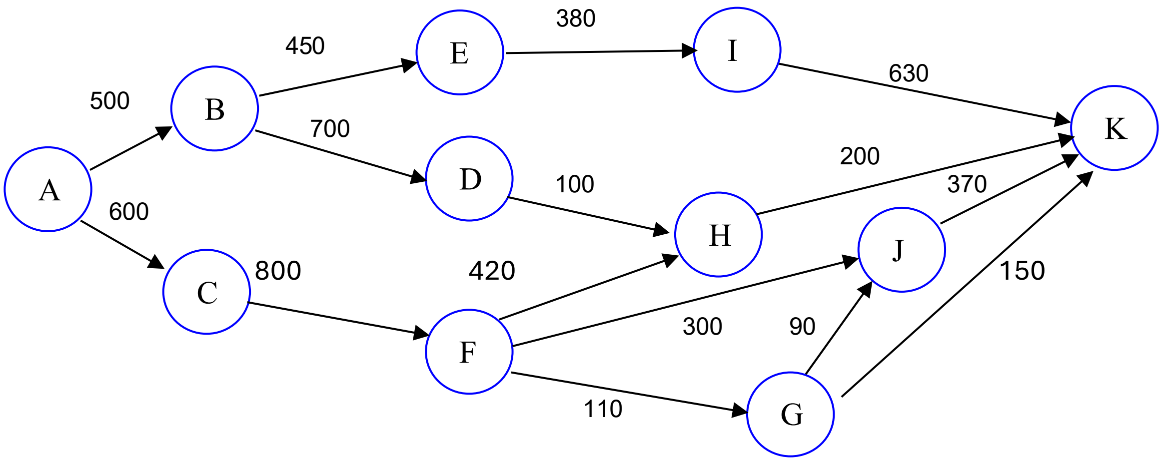
UTN
Ing. SISTEMAS de INFORMACIÓN **ALUMNO:……………………...............................**
INVESTIGACIÓN OPERATIVA
PARCIAL: 09/11/24 (sábado)

1. En el gráfico se observa una red de distribución de agua. En cada tramo se indica la capacidad máxima de la cañería en m^3. Se busca formular un modelo de programación lineal que permita llegar desde A a K con el mayor caudal de agua posible.



2. La empresa DURINI desea establecer su plan de producción para sus tres productos A, B y C sujeto a las siguientes tres restricciones: mano de obra (650 horas – hombre por mes), materia prima (420 Kg por mes) y demanda mínima conjunta de los tres productos (130 unid/mes). Los requerimientos de mano de obra por cada unidad producida de cada producto son (3, 5, 2), respectivamente y los requerimientos de materia prima (7, 4, 3) respectivamente. Se sabe además que los beneficios unitarios de los productos son, respectivamente: $2, $5 y $3.

Observación importante: respetar el orden en que han sido dadas las restricciones

Tabla Óptima

Ck	Xk	B	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
	X_4						-3	-7
	X_2						1	3
	X_3						-1	-4

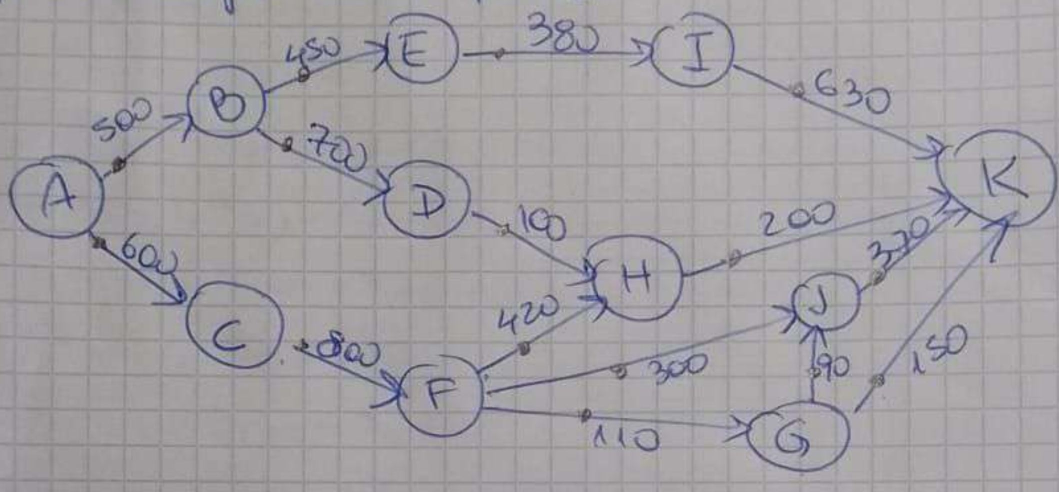
Se pide:

a) Armar la tabla inicial del Simplex y completar la tabla óptima sin usar el Método Simplex
b) Cuál es el beneficio mínimo que debería tener el producto A para que convenga producirlo. Justificar
c) Cuánto sería lo máximo que estaría dispuesto a pagar por un kg adicional de M.P.? Justificar
d) Qué cambios se producen en la solución hallada si la restricción de producción mínima se reduce a 125 unidades, cambia el funcional? Cambia la estructura de la solución óptima?. Justificar
e) Hallar el rango de variación del beneficio unitario de C dentro del cual no se altera la estructura de la solución óptima hallada
f) Determinar si es conveniente fabricar un nuevo producto que requiere 4 hs. de mano de obra, 7 Kg. de materia prima y participa en la restricción de demanda mínima, si su beneficio unitario es de $9. En caso afirmativo, calcular la nueva solución.
g) Determinar si se altera la solución hallada al agregarse una restricción de combustible, según la cual, se necesitan 4, 3 y 2 litros/unidad para los productos A, B y C respectivamente y se dispone de 200 litros. En caso de modificarse, encontrar la nueva tabla óptima del dual.

3. Cómo se identifica una solución degenerada en el Simplex y gráficamente. Ejemplo

Sylvina Enriquez	Investigación Operativa Parcial	Hoja 1 9-11-24

① En el gráfico se observa una red de distribución de agua. En cada tramo se indica la capacidad máxima de cañería en m^3. Se busca formular un modelo de programación lineal que permita llegar con el mayor caudal posible.



X_{ij} = "Caudal máximo de la cañería con origen en i y destino en j" N. continuo ≥ 0

X = caudal que ingresa al Nodo A y sale del Nodo K

$X_{AB} \leq 500$

$X_{AC} \leq 600$

$X_{BE} \leq 450$

$X_{BD} \leq 700$

$X_{CF} \leq 800$

$X_{EI} \leq 380$

$X_{IK} \leq 630$

$X_{DH} \leq 100$

$X_{FH} \leq 420$

$X_{FJ} \leq 300$

$X_{FG} \leq 110$

$X_{HK} \leq 200$

$X_{JK} \leq 370$

$X_{GJ} \leq 90$

$X_{GK} \leq 150$

Jylumo Enriquez	Inv. Op. Parcial	Hoja 2 9-11-24

(cont. of 1)

Nodos

NA) $X - X_{AB} - X_{AC} = 0$

NB) $X_{AB} - X_{BE} - X_{BD} = 0$

NC) $X_{AC} - X_{CF} = 0$

ND) $X_{BD} - X_{DH} = 0$

NE) $X_{BE} - X_{EI} = 0$

NF) $X_{CF} - X_{FH} - X_{FJ} - X_{FG} = 0$

NG) $X_{FG} - X_{GJ} - X_{GK} = 0$

NH) $X_{FH} + X_{DH} - X_{HK} = 0$

NI) $X_{EI} - X_{IK} = 0$

NJ) $X_{FJ} + X_{GJ} - X_{JK} = 0$

NK) $X_{IK} + X_{HK} + X_{JK} + X_{GK} - X = 0$

MAX : $Z = X$

Sylvina Enriquez	Inv. Op.	Hoja 3
	Parcial	9-11-24

2) La empresa DURNI desea establecer su plan de producción para sus tres productos A, B y C sujeto a las sig. tres restricciones: mano de obra (650 HH/mes), materia prima (420 kg/mes) y demanda mínima conjunta de los tres productos (130 unidades/mes)

Los requerimientos de MO por cada unidad producida de cada producto son (3,5,2) resp y los requerimientos de MP (7,4,3) resp.

Se sabe, además, que los beneficios unitarios de los productos son, resp, \$2, \$5 y \$3.

(respetar el orden en que han sido dadas las restricciones)

tabla óptima

			2	5	3	0	0	0
c_k	x_k	B_k	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
0	x_4	300	-11	0	0	1	-3	-7
5	x_2	30	4	1	0	0	1	3
3	x_3	100	-3	0	1	0	-1	-4
$z =$		450	9	0	0	0	2	3
			y_4	y_5	y_6	y_1	y_2	y_3

Se pide:

a) Armar la tabla inicial del Simplex y completar la tabla óptima sin usar el método Simplex.

$$\begin{array}{ll} x_4 & \text{MO)}\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 \leq 650 \\ x_5 & \text{MP)}\ 7x_1 + 4x_2 + 3x_3 \leq 420 \\ x_6 & \text{DM)}\ x_1 + x_2 + x_3 \geq 130 \end{array} \rightarrow \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 = 650 \\ 7x_1 + 4x_2 + 3x_3 + x_5 = 420 \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_6 + \mu = 130 \end{cases}$$

$$\text{MAX: } z = 2x_1 + 5x_2 + 3x_3$$

$$\text{MAX: } z = 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 - M\mu$$

inicial $\begin{cases} x_4 = 650 \\ x_5 = 420 \\ \mu = 130 \end{cases}$

Sylvina Enriquez	Inv. Op. Parcial	Hoja 4 9-11-24

(Cont ej 2)

		c_j	2	5	3	0	0	0	-M
C_R	X_R	B_R	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	μ
0	X_4	650	3	5	2	1	0	0	0
0	X_5	420	7	4	3	0	1	0	0
-M	μ	130	1	1	1	0	0	$\boxed{-1}$	1
$z = -130M$			-M-2	-M-5	-M-3	0	0	M	0

es negativo

P/ tabla óptima:

$$A_1 = M \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} \qquad M = \begin{pmatrix} 1 & -3 & +7 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & -4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A_2 = \text{es básica} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$B_R = M \begin{pmatrix} 650 \\ 420 \\ 130 \end{pmatrix} =$$

b) ¿Cuál es el beneficio mínimo que debería tener el producto A para que convenga producirlo? Justificar

Para que convenga producirlo observo el costo de oportunidad de la variable X_1 y el beneficio correspondiente en el funcional (el c_1) y los sumo.

costo de oportunidad = \$9

beneficio c_1 en el func. = \$2

$\boxed{\text{Beneficio mínimo p/A} \quad \$11}$

c) ¿Cuánto sería lo máximo que estaría dispuesto a pagar por un kg. adicional de MP?

MP lo relaciono con $X_5 \rightarrow$ observo el valor de $z_5 - c_5 \rightarrow \$2$

$\boxed{\$2 \text{ es lo máximo que pagaría x 1 kg de MP adicional}}$

Sylvina Enriquez	Inv Op. Parcial	Hoja 5 9-11-24

Cont 2)

d) ¿Qué cambios se producen en la solución hallada si la restricción de producción mínima se reduce a 125 unidades? ¿Cambia el funcional? ¿Cambia la estructura de la solución óptima?

DM inicial = 130 u

DM actual = 125 u

DM (demanda mínima) la relaciono con la variable x_6. x_6 es una variable no básica ("recurso" saturado)

No hay sobrante. Se hicieron justo las 130 unidades requeridas inicialmente.

→ Con 5 unidades menos

tabla:

	A_6
x_4	-7
x_2	3
x_3	-4
$z_j - c_j$	3

Por cada unidad que no necesito hacer puedo hacer tres más de B y 4 menos de C

$450 + 3 \times 5 = 465$

por 5 unidades menos hago: 15 de B + / 20 de C −

$\boxed{B_2 = 45 \quad B_3 = 80}$

$z = 5 \times 45 + 80 \times 3 = 465$ ✓

= ✓

e) Hallar el rango de variación del beneficio unitario de C dentro del cual no se altera la estructura de la solución óptima hallada

tabla de Maximización → p/ c_3 sup. busco a_{ij} negativos

C se produce (x_3 es v. básica)

$$c_{3\,sup} = 3 + \left[\frac{9}{3} ; \frac{2}{1} ; \frac{3}{4}\right]_{min} = 3 + 0,75 = 3,75$$

$\boxed{c_{3\,sup} = 3,75}$

p/ c_3 inf busco a_{ij} positivos → ∄ →

$\boxed{c_3\ inf = -\infty}$

Selume Enriquez	Inv. Op. Parcial	Hoja 7 9-11-24

Cont 2) g) tabla inicial del dual

C_k	y_k	B_k	A'_1 (650)	A'_2 (420)	A'_3 (-130)	A'_4 (0)	A'_5 (0)	A'_6 (0)	μ_1	μ_2	μ_3	A'_7
M	μ_1	2	3	7	-1	-1	0	0	1	0	0	4
M	μ_2	5	5	4	-1	0	-1	0	0	1	0	3
M	μ_3	3	2	3	-1	0	0	-1	0	0	1	2
MIN	Z =	10M	10M-650	10M-420	3M+130	-M	-M	-M	0	0	0	9M

la diag. principal = -1 (todos)

Armo la tabla óptima del dual a través de la op. del directo

		C_j	650	420	-130	0	0	0	200	
C_k	y_k	B_k	A'_1	A'_2	A'_3	A'_4	A'_5	A'_6	A'_7	
0	y_4	9	11	0	0	1	-4	3	2	4,5
420	y_2	2	3	1	0	0	-1	1	1	2
-130	y_3	3	7	0	1	0	-3	4	1	3
Z = 450			-300	0	0	0	-30	-100	90	
			x_4	x_5	x_6	x_1	x_2	x_3		

sale y_2

entra y_7

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 4 & -3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -4 \end{pmatrix} \rightarrow A'_7 = M \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

0	y_4	5	5	-2	0	1	-2	1	0
200	y_7	2	3	1	0	0	-1	1	1
-130	y_3	1	4	-1	1	0	-2	3	0
Z = 270			-570	-90	0	0	60	-190	0

sale y_4

entra

todos los aij son negativos: POLÍGONO ABIERTO

Sylvina Enriquez	Inv. Op. Parcial	Hoja 6 9-11-24

(Cont. 2)

f) Determinar si es conveniente fabricar un nuevo producto que requiere 4 hs de MO, 7 kg de MP y participa en la restricción de demanda mínima, si el beneficio unitario es de $9. En caso afirmativo, calcular la nueva solución

Nuevo producto : ¿ $4y_1 + 7y_2 - y_3 \geq 9$?

MO MP

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 4x_7 \leq 650 \\ 7x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 7x_7 \leq 420 \\ -x_1 - x_2 - x_3 - x_7 \leq -130 \end{cases} \longrightarrow$$

x tabla óptima = $\begin{cases} y_1 = 0 \\ y_2 = 2 \\ y_3 = 3 \end{cases}$

MAX : $Z = 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 9x_4$ ¿quiero ver si conviene

$4 \times 0 + 7 \times 2 - 3 = 11$

$\boxed{11 > 9 \rightarrow \text{No conviene fabricarlo}}$

g) Determinar si se altera la solución hallada al agregarse una restricción de combustible según la cual se necesitan 4, 3 y 2 litros/unidad para los productos A, B y C resp y se dispone de 200 litros.

En caso de modificarse, encontrar la nueva tabla óptima del dual

+ nueva restricción :

Comb) $4x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 200$

s/ tabla óptima = $\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 30 \\ x_3 = 100 \end{cases}$

$4 \times 0 + 3 \times 30 + 2 \times 100 = 290 > 200$

se necesitan más de lo disp.

$\boxed{\text{se altera la sol. óp. hallada}}$

Ecuaciones p/ dual :

$$\begin{cases} 3y_1 + 7y_2 - y_3 + 4y_7 \geq 2 \\ 5y_1 + 4y_2 - y_3 + 3y_7 \geq 5 \\ 2y_1 + 3y_2 - y_3 + 2y_7 \geq 3 \end{cases}$$

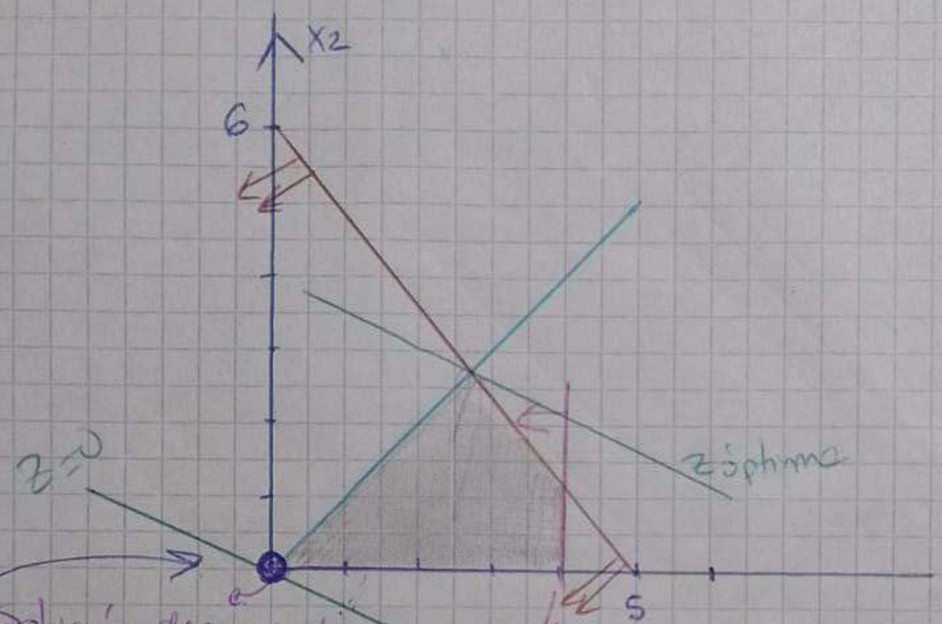
MIN : $Z = 650y_1 + 420y_2 - 130y_3 + 200y_7$

Sylvina Enriquez	Inv. Op. Parcial	HOJA 9 FECHA 9-11-24

③ Solución degenerada. Cómo se identifica.

MAX: $Z = x_1 + 2x_2$ sujeto a: $\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 \leq 30 \\ -x_1 + x_2 \leq 0 \\ x_1 \leq 4 \end{cases}$

Gráficamente:



Solución degenerada
(Se cruzan 3 rectas) → hay más variables nulas que las no básicas

En la tabla óptima del Simplex

		C_j	1	2	0	0	0
c_k	x_k	B_k	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
0	x_3	30	6	5	1	0	0
0	x_4	$\boxed{0}$	-1	1	0	1	0
0	x_5	4	1	0	0	0	1
	$Z=0$		-1	-2	0	0	0

Si hay un 0 en la columna B es porque tiene una solución degenerada